一、概率论和布朗运动

掷硬币实验:次抛掷均匀硬币得到硬币正面朝上(次)的概率.次抛掷均匀硬币得到硬币正面朝上次数为次的概率.二项式(伯努利)概率:玩游戏赢的概率为,输的概率则为,玩次游戏赢次的概率.

一维无规行走:每次移动步长绝对值均为1,方向向前和向后的概率各为,设移动次后偏离起点的位移为,移动次后偏离起点的位移的平方的期望值.证明:移动1次后偏离起点的位移的平方的期望值,假设移动次后偏离起点的位移的平方的期望值,则移动次后偏离起点的位移的平方的期望值.

抛掷硬币实验与一维无规行走联系:与其预期值的偏差,方差,故标准差,与其期望值的偏差,故次抛掷均匀硬币得到硬币正面朝上(次)的概率.由此可见抛掷硬币次数越多,偏(误)差越小,即越接近其期望值.

一维无规行走:每次移动步长随机,但其平方的期望值为,移动次后偏离起点的位移的期望值.证明:移动1次后偏离起点的位移的平方的期望值,设移动第次后偏离起点的距离的平方的期望值,则移动次后的概率为,由归一化条件及移动方向向前和向后的概率相同即得,.

正态(高斯)分布概率密度:,其中标准偏差,体现中心极限定理.

二、狭义相对论(SR)

洛伦兹变换(LT) (仅适用于惯性系之间的转换):其中分别为物体在惯性参考系中的平行于轴方向的位移、速和动量度及时间,分别为物体在相对惯性参考系平行其轴方向以速度运动的惯性参考系中的平行轴方向的位移、速度和动量及时间.

质量、动量和能量及总能和动、静能关系:利用相对性原理证明相对论的质量表达形式:根据相对性定理得知动量守恒在两个惯性系中都成立,根据某方向上动量守恒推导出质量随速度的变化.由能量守恒推导相对论的能量表达形式:,当时,.

三、刚体和转动

质心对应的向量(向量起点可任意选取)..刚体的总动能.刚体的总动量,其中由于,绕质心的转动对总动量的贡献为,故刚体的总动量.

转动惯量:.平行轴定理:.证明:.垂直(正交)轴定理:(适用于空间直角坐标系中的二维薄片,其中轴平行并包含于薄片).证明:,其中由于是二维薄片,故.常用均匀几何体(质量为)的转动惯量:长的细杆绕过其中心的垂直杆的轴:,绕过其端点的垂直杆的轴:,半径为的薄圆盘绕过圆心垂直盘面的轴/底面半径为的圆柱绕过底面圆心垂直底面的轴:,半径为的薄圆盘绕过边缘某点垂直盘面的轴:,绕直径:,外径为内径为的薄圆环绕过圆心垂直于环面的轴/外径为内径为的圆筒绕过底面圆心垂直于底面的轴:, 半径为的细圆环绕过圆心垂直于环面的轴/底面半径为的薄壁圆筒绕过地面圆心垂直底面的轴:底面半径为高为的圆柱绕过中心平行底面的轴:,半径为的球绕直径:,外径为内径为的空心球壳绕直径:,半径为的薄壁球壳:,长轴为短轴为的薄椭圆盘绕过中心垂直于盘面的轴:,绕长轴:,绕短轴:,长为宽为的矩形绕过中心垂直于矩形平面的轴/长为宽为高为的长方体绕过中心垂直于底面的轴:, 绕过顶点垂直于矩形平面的轴/绕侧棱:, 长为宽为的矩形绕过中心平行于长的轴:,绕过中心平行于宽的轴:,边长为的立方体绕体对角线:.

平动:,转动:

四、简谐振动(SH)

二阶线性常微分方程:,先设一般性解,其中本征频率,相位,速度,一般性解的两种表达形式均存在两个未知量，通过两个初始值(初位移和初速度)以求得,.

五、统计力学原理

玻尔兹曼分布:(适用于热平衡状态)某自由度上能量为.以大气中气体分子密度分布为例:假设大气温度处处相等,取海拔处一小段高为,截面积为的气柱,其质量为,其中为气体分子的质量,为气体分子的体积密度,该气柱处于平衡状态,故其重力被上下底面的气压所平衡,根据理想气体状态方程,其中为海拔为处气体分子的体积密度.以大气中气体分子速度分布为例:只有速度达到特定阈值的粒子方能从海拔处达到海拔处,这一阈值满足,,根据大气中气体分子密度分布,定义,则单位时间内通过的粒子数为,则,再来确定系数,设,,故.

能量均分定理:(适用于热平衡状态)各自由度总能量相同.证明:.

理想气体状态方程:,其中——气体压强,——体积,——粒子数,——玻尔兹曼常数,——温度,——物质的量,——普适气体常数.理想气体内能:,其中——自由度数,——平动自由度数,——转动自由度数,——振动自由度数(包括振动的动能和势能),实际气体在常温下往往只有平动和转动自由度.绝热条件下,.证明:对于单原子分子,,同理对于双原子分子,对于自由度为的气体分子.

六、飘逸(drift)和扩散(difussion)

漂移速度:,其中为漂移的驱动力,为粒子的质量,为平均碰撞时间.证明:稳定漂移状态下,设时刻粒子平均漂移速度为,则时刻粒子平均漂移速度为,在时间间隔内,粒子与背景粒子发生碰撞漂移速度降为的概率为,故,即,又因漂移达到稳定状态,故.以材料中电子漂移为例:设长方体材料长为,横截面积为,载流子带电荷为,体积密度为,两端电势差为,电流,电阻,电阻率,电导率.

扩散粒子流(单位时间内通过单位面积的粒子个数):,其中为扩散系数,为平均自由程,为粒子无规运动的平均速率,.证明:首先定性推出决定扩散粒子流的物理参数及其关系,然后推导待定系数的值,时间间隔内,向右通过截面的粒子数为(注意到代表体积元中的粒子只有一半运动方向是向右的,下同理),向左通过截面的粒子数为,则通过截面的净粒子数为,扩散粒子流.

七、热力学第一、二、三定律和熵

热力学第一定律:能量守恒,即.热力学第三定律:晶体在绝对零度处熵为零/不可通过有限步骤达到绝对零度.

热力学第二定律:不能从单一热源吸热转化为功,而不引起其他变化/热量不可自发从低温处传递到高温处/所有热机中,可逆(卡诺)热机效率最高,效率.证明:可逆热机和不可逆热机均从高温热源处吸热,在低温热源处放热,同时分别对外做功,假设不可逆热机效率高于可逆热机即,即,则用不可逆热机对可逆热机做功反向驱动可逆热机,可在热源间无净能量交换的前提下实现对外做功,违背热力学第一定律,故假设错误,任何不可逆热机的效率都无法超过可逆热机.,从高温热源处吸热等温膨胀,,绝热膨胀,,在低温热源处放热等温收缩,,绝热收缩,,,根据绝热气体状态方程和理想气体状态方程,,故,故.

熵:(定义式,由可逆热机特例中引出的守恒量).(决定式),其中为体系呈现某种宏观状态时对应的微观状态数,熵直接刻画了体系的混乱程度.

克劳修斯不等式:对任意一个循环.仅适用于可逆过程且可逆过程体系总熵.所有绝热不可逆过程体系总熵增加.